Linealidad

El comportamiento esperado de la variable dependiente

El concepto de linealidad

- Indica que el valor esperado de la variable dependiente depende linealmente de las variables independientes
- El impacto esperado por un cambio unitario de cada una de las variables independientes, manteniendo las otras constantes, es siempre el mismo.

Universidade
de Vigo

eal

La constante recoge el efecto básico de las X mas el efecto combinado de todas las variables no incluidas en el modelo

El parámetro mide la derivada parcial, es decir el efecto de cada X sobre la Y

$$E\left(Y_t / X_{1t} \ldots X_{kt}\right) = \beta_0 + \beta_1 X_{1t} + \ldots + \beta_k X_{kt} =$$

$$= \sum_{i=0}^{k} \beta_i X_{it} \quad \text{con } X_{0t} = 1 \; \forall t$$

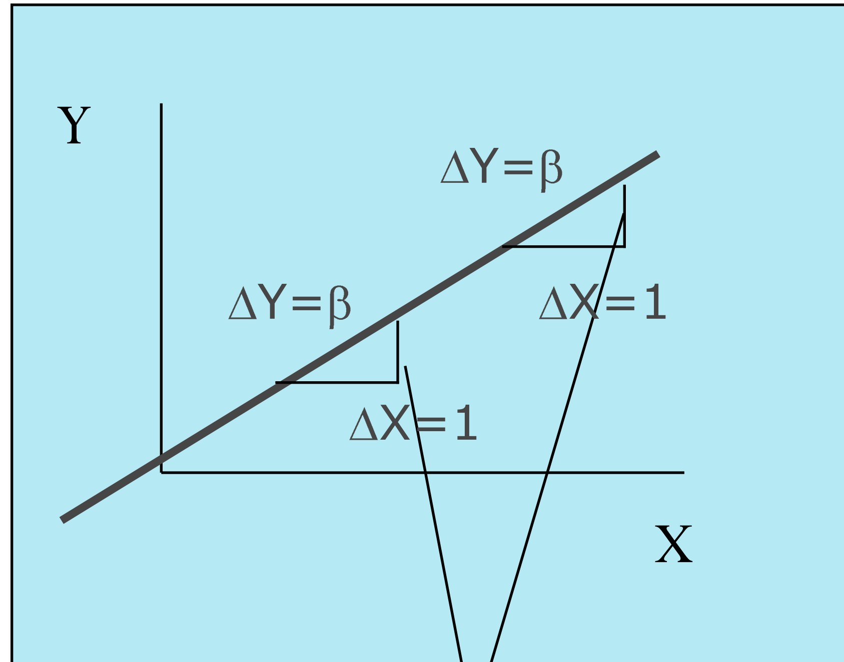
Se define sobre el valor esperado de la variable dependiente condicionado a la información suministrada por las independientes

El impacto de cada independiente es constante

Relación lineal

Universidade de Vigo

- La variable respuesta depende linealmente de los regresores. El valor esperado de la variable dependiente, condicionado al conocimiento de las variables independientes, es función lineal de un conjunto de dichas variables

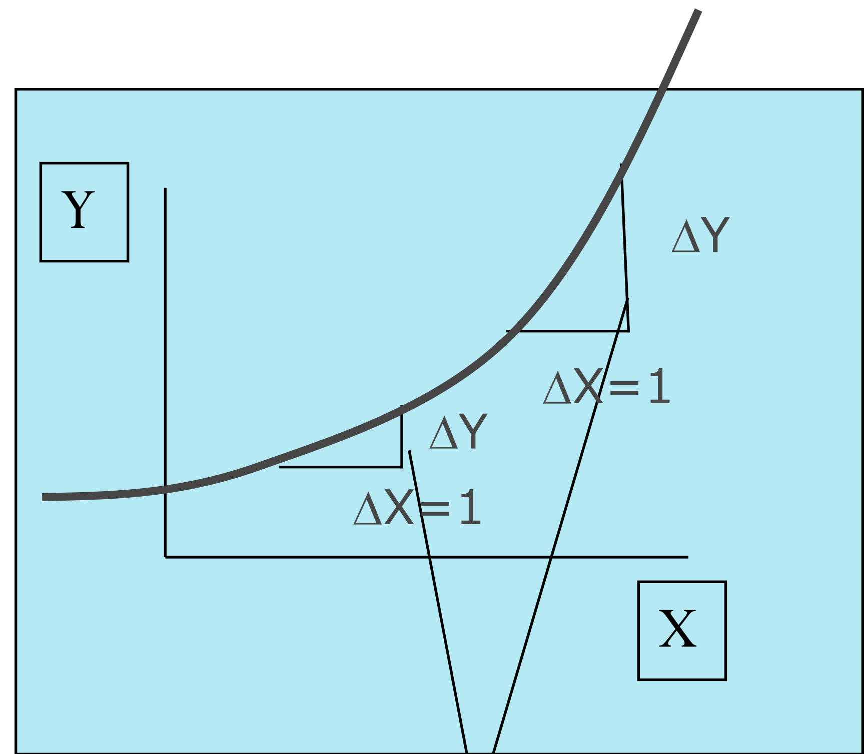


Un incremento de una unidad en X, siempre produce el mismo incremento en la Y

Relación no lineal

Universidade de Vigo

- La variable respuesta no depende linealmente de los regresores. El valor esperado de la variable dependiente, condicionado al conocimiento de las variables independientes, es función no lineal de un conjunto de dichas variables



Un incremento de una unidad en X, no siempre produce el mismo incremento en la Y

Ejemplo: Costes variables en CENSA

Universidade de Vigo

- Para analizar todo este tema vamos a hacer uso de un ejemplo en el que se analiza la relación entre coste y cantidad.
- El coste de fabricación de celulosa en una empresa (CENSA) depende de la cantidad de celulosa producida. Los datos se recogen en la tabla siguiente. Comprobar cual es la función que relaciona el coste con la producción y obtener una estimación de los costes fijos y los costes variables en esa empresa.
- El modelo sería el siguiente:

$$Y_t = E\left(Y_t / X_{1t} \right) + \varepsilon_t$$

Modelo general

$$E\left(Y_t / X_{1t}, X_{2t} \right) = \beta_0 + \beta_1 X_{1t}$$

Linealidad

Efectos de la no linealidad

Universidade de Vigo

- Las propiedades de consistencia e insesgadez se basaban en la siguiente relación:

$$b=(X'X)^{-1}X'y=(X'X)^{-1}X'(X\beta+\varepsilon)=\beta+(X'X)^{-1}X'\varepsilon$$

- Que exige la linealidad del modelo. Si el modelo no es lineal, entonces, el estimador de MCO de los coeficientes

$$b=(X'X)^{-1}X'y=(X'X)^{-1}X'(G(X,\beta)+\varepsilon)=$$
$$=(X'X)^{-1}X'G(X,\beta)+(X'X)^{-1}X'\varepsilon)\neq\beta+(X'X)^{-1}X'\varepsilon$$

- Deja de verificar la insesgadez y la consistencia. Por tanto, el estimador de MCO deja de ser válido, puesto que la relación ya no es lineal y pierde todas las propiedades que tenía.

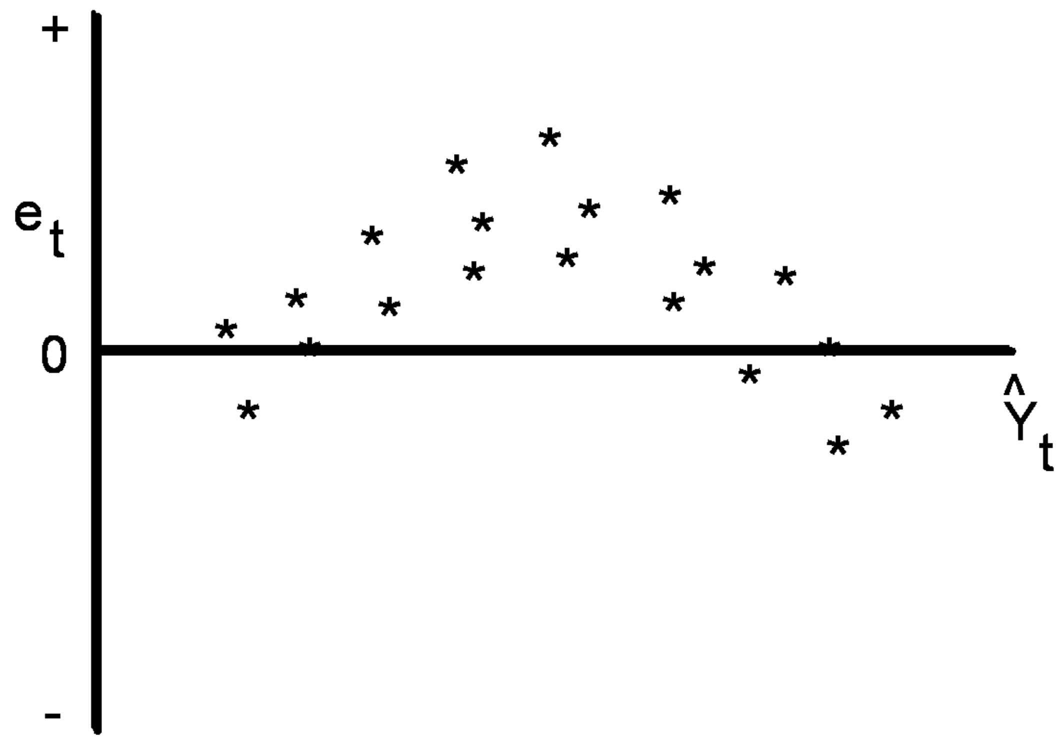
Instrumentos de diagnostico de la linealidad

Universidade de Vigo

- Gráficos
  - Residuos respecto a valores estimados o el tiempo u otras variables que se sospechen que influyen en la forma de la regresión.
- Test de hipótesis
  - Test RESET

Gráficos de residuos respecto a otras variables

- Se representa el residuo respecto al valor estimado de la dependiente u otras variables de las que se sospeche específicamente su efecto.
- Si aparece una forma funcional cualquiera es síntoma de que no se verifica la linealidad



Test de linealidad

Modelos de no linealidad y test RESET

Universidade
de Vigo

Idea del test de linealidad

- La idea del test se basa en hacer uso del grafico anterior de residuos respecto a valores estimados e la Y. Si se observa alguna relación en los residuos quiere decir que la variable estimada aporta información sobre los residuos, por tanto debería introducirse alguna función de ella en el modelo.
- Como dicha función no se conoce, se hace uso de un polinomio de Taylor de orden k para aproximarla, y se realiza la regresión con esos términos.
- Si alguno de los términos no lineales del polinomio son significativos implica que la linealidad no es válida.
- El hecho de utilizar un polinomio de Taylor nos permite ir introduciendo las potencias de las variables independientes paso a paso y de esa forma se evalúa con mas fidelidad el fallo de la linealidad.

Aproximación de Taylor a la no linealidad

Universidade de Vigo

- Y es función de X, cualquiera f, derivable infinitas veces.
- Esa función se desarrolla por Taylor en forma de polinomio.

$$f(X) = \beta_0 + \beta_1 X + \gamma_2 X_t^2 + \gamma_3 X_t^3 + \ldots \gamma_k X_t^k + \ldots$$

- Este modelo se aplica a los residuos.
  - Si el modelo es lineal, serán independientes de las estimaciones de la variable dependiente.
  - Si falla la linealidad significa que los residuos son función de las estimaciones de la variable dependiente. Como la constante y la potencia de orden 1 de dicha variable ya se incluyen en el cálculo de los residuos, estos serán función de las demás potencias, es decir:

$$e_t(\hat{Y}) = \gamma_2 \hat{Y}_t^2 + \gamma_3 \hat{Y}_t^3 + \ldots \gamma_k \hat{Y}_t^k + \ldots$$

- Este será el modelo que utilizaremos para los contrastes RESET

Efecto de las independientes

Universidade de Vigo

- Por consiguiente si alguna potencia de la variable dependiente estimada influye sobre la variable dependiente es síntoma de que falla la linealidad del modelo, puesto que cuando el modelo esta bien estimado todos los parámetros γ serán 0.
- El test RESET se basa en contrastar cada una de esa potencias, empezando por el orden 2 y aumentando a órdenes superiores, es decir, luego el orden 2 y 3 conjuntamente, luego el 2, 3 y 4 conjuntamente y así sucesivamente hasta que alguno se rechace.

Variables que intervienen en el Test RESET de linealidad

Universidade de Vigo

- Definimos para cada potencia p un conjunto de variables independientes

$$W_t^{(k)} = \{\hat{Y}_t^2, \hat{Y}_t^3, \ldots, \hat{Y}_t^k\} \quad , \text{t=1...T}$$

- Cada uno de eso conjuntos va a servirnos como base para contrastar la no linealidad del modelo.

Modelos alternativos para el Test RESET

Universidade de Vigo

- Regresamos la variable dependiente respecto al conjunto de variables independientes y a las variables del conjunto formado por W(p)
- Contrastamos mediante test tipo LM si algún coeficiente de las nuevas variables es significativo. Para ello se compara el R^2 de la regresión inicial con el de esta nueva regresión.

Método de contraste para el Test RESET de linealidad

- El método de comparación consiste en un cociente corregido por los grados de libertad entre ambos R^2.

$$FR = \frac{(R^2 - R_0^2)/p}{(1 - R^2)/(T - k - p)}$$

- Ese estadístico sigue, bajo normalidad una F con p y T-k-p grados de libertad, siendo p el número de potencias que se incluyen en la ecuación.
- La regla de decisión consistirá en rechazar si FR es mayor que el valor de las tablas $F_{p,T\text{-}k\text{-}p,\,\alpha}$

Test de RESET de linealidad

Universidade de Vigo

Contrasta la no linealidad, cuando se supone válido el MRLN.

$$E(e/\hat{Y}) = \gamma_2 \hat{Y}_t^2 + \gamma_3 \hat{Y}_t^3 + \ldots \gamma_k \hat{Y}_t^k + \ldots$$

Para cada potencia realiza un test diferente.
Para el caso de potencia de orden 2, las hipótesis a contrastar serán las siguientes:

- H_0: $\gamma_2 = 0$, lo que significa que el error es ruido blanco
- H_1: $\gamma_2 \neq 0$, lo que significa que existe alguna variable independiente de orden superior al de la lineal que influye en la variable dependiente

Ejemplo: CENSA

- El coste de fabricación de celulosa en una empresa (CENSA) depende de la cantidad de celulosa producida. Los datos se recogen en la tabla siguiente. Comprobar cual es la función que relaciona el coste con la producción y obtener una estimación de los costes fijos y los costes variables en esa empresa.
- Interesa comprobar si la función de los costes de la fabricación es lineal.

Datos

Coste	cantidad
106.6498	9.865279
128.0704	10.74905
127.1497	10.73069
122.6971	10.54630
74.37043	8.244279
13.05403	2.203520
27.56959	4.708601
21.32504	3.880007
69.54658	7.986844
13.82612	2.425171
17.70249	3.345718
13.41360	2.240995
17.03550	3.143038
74.99776	8.299447
141.4935	11.28257
112.6456	10.14064
68.53710	7.930484
71.65726	8.114618
17.90553	3.307831
77.05028	8.427405
34.29542	5.407172
114.9339	10.21412
119.8434	10.41670

Coste	cantidad
15.83065	2.883944
15.96205	2.957701
41.99675	6.107053
55.37395	7.101925
52.80171	6.899563
74.96804	8.299261
20.96599	3.842403
132.9312	10.95070
64.25190	7.654233
37.44745	5.701980
134.7241	11.00578
33.07853	5.277991
58.56455	7.303682
98.92466	9.495560
90.97796	9.127078
151.3803	11.63192
120.7489	10.47166

niversidade de Vigo

Regresión sobre CENSA

Universidade de Vigo

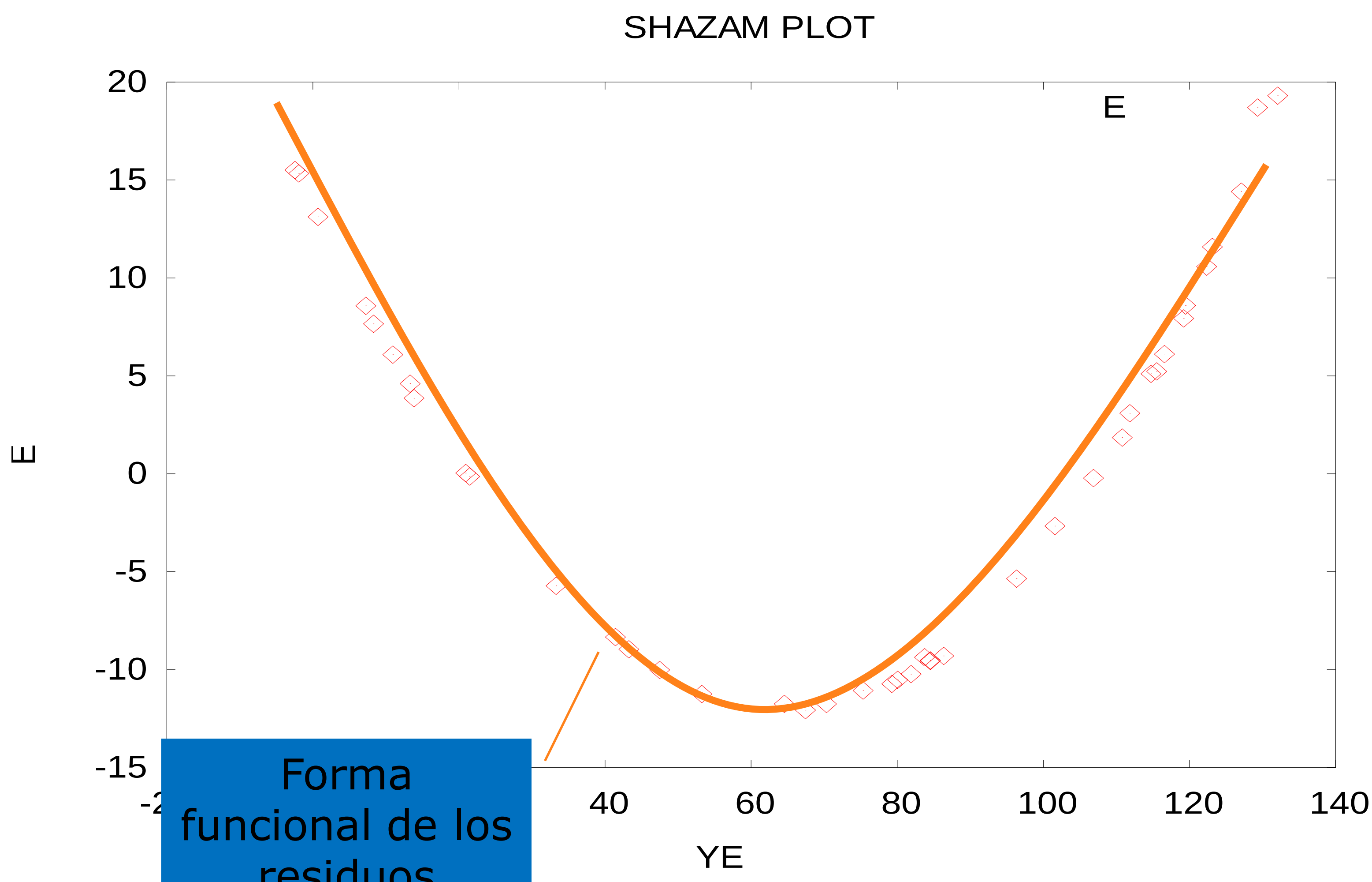
```
|_ols y x1/resid=e predict=ye rstat  noanova

REQUIRED MEMORY IS PAR=       5 CURRENT PAR=    4000
 OLS ESTIMATION
       40 OBSERVATIONS     DEPENDENT VARIABLE= Y
...NOTE..SAMPLE RANGE SET TO:      1,     40

 R-SQUARE =   0.9529     R-SQUARE ADJUSTED =   0.9517
VARIANCE OF THE ESTIMATE-SIGMA**2 =   94.625
STANDARD ERROR OF THE ESTIMATE-SIGMA =   9.7275
SUM OF SQUARED ERRORS-SSE=   3595.7
MEAN OF DEPENDENT VARIABLE =   69.667
LOG OF THE LIKELIHOOD FUNCTION = -146.730


VARIABLE   ESTIMATED  STANDARD   T-RATIO        PARTIAL STANDARDIZED
  ELASTICITY
  NAME    COEFFICIENT   ERROR       38 DF    P-VALUE CORR. COEFFICIENT  AT MEANS
X1          14.269     0.5145     27.73     0.000 0.976     0.9762     1.4865
CONSTANT  -33.895      4.039     -8.393     0.000-0.806     0.0000    -0.4865
```

Grafico de residuos



Forma funcional de los residuos

Test RESET para CENSA

Universidade de Vigo

```
|_diag/reset

REQUIRED MEMORY IS PAR=      13 CURRENT PAR=    4000
DEPENDENT VARIABLE = Y                  40 OBSERVATIONS
REGRESSION COEFFICIENTS
   14.2685505033      -33.8947081599

RAMSEY RESET SPECIFICATION TESTS USING POWERS OF YHAT
  RESET(2)=   26572.     - F WITH DF1=   1 AND DF2=  37 P-VALUE= 0.000
  RESET(3)=   52179.     - F WITH DF1=   2 AND DF2=  36 P-VALUE= 0.000
  RESET(4)=   34023.     - F WITH DF1=   3 AND DF2=  35 P-VALUE= 0.000

DEBENEDICTIS-GILES FRESET SPECIFICATION TESTS USING FRESETL
 FRESET(1)=   213.01     - F WITH DF1=   2 AND DF2=  36 P-VALUE= 0.000
 FRESET(2)=   309.79     - F WITH DF1=   4 AND DF2=  34 P-VALUE= 0.000
 FRESET(3)=   456.45     - F WITH DF1=   6 AND DF2=  32 P-VALUE= 0.000
```

Estadístico y contraste del Test RESET de linealidad

Universidade de Vigo

- Para calcular el estadístico:
  - a) Regresamos los residuos respecto al conjunto de variables formado por W(p), en el caso de orden 2 sobre el valor estimado de la dependiente al cuadrado.
  - b) Calculamos el estadístico $LM=TR^2$ Siendo este último el coeficiente de determinación de la regresión anterior.
  - c) Contrastamos mediante una chi cuadrado con 1 grado de libertad si el coeficiente es significativo

Test de RESET de linealidad de orden superior

Universidade de Vigo

Para cada potencia realiza un test diferente.
Para el caso de potencia de orden 3, las hipótesis a contrastar serán las siguientes:

- H_0: $\gamma_2 = \gamma_3 = 0$, lo que significa que el error es ruido blanco
- H_1: $\gamma_2 \neq 0$ o $\gamma_3 \neq 0$, lo que significa que existe alguna variable independiente de orden superior al de la lineal que influye en la variable dependiente.
- El contraste se hace igual que el anterior cambiando las variables independientes de la regresión.

Este proceso se repite para ordenes superiores.

Ejemplo del Test RESET de linealidad

```
        RAMSEY RESET SPECIFICATION TESTS USING POWERS OF YHAT
 RESET(2)=  0.22541     - F WITH DF1=   1 AND DF2=  36 P-VALUE= 0.638
 RESET(3)=   2.7587     - F WITH DF1=   2 AND DF2=  35 P-VALUE= 0.077
 RESET(4)=   1.7866     - F WITH DF1=   3 AND DF2=  34 P-VALUE= 0.168
```

Test RESET indicando el orden

Estadísticos

Ley de distribución bajo normalidad

Cola de probabilidad bajo normalidad

Ejemplo de CENSA: Calculo manual

Universidade de Vigo

```
 |_gen1 N=$N
..NOTE..CURRENT VALUE OF $N   =   40.000
|_gen1 R20=$r2
..NOTE..CURRENT VALUE OF $R2  =  0.95292
|_g ye2=ye**2
|_g ye3=ye**3
|_g ye4=ye**4

|_ols y x1 ye2/noanova

REQUIRED MEMORY IS PAR=       9 CURRENT PAR=    4000
 OLS ESTIMATION
      40 OBSERVATIONS     DEPENDENT VARIABLE= Y
...NOTE..SAMPLE RANGE SET TO:      1,     40

 R-SQUARE =   0.9999     R-SQUARE ADJUSTED =   0.9999
VARIANCE OF THE ESTIMATE-SIGMA**2 =  0.13513
STANDARD ERROR OF THE ESTIMATE-SIGMA =  0.36760
SUM OF SQUARED ERRORS-SSE=   4.9999
MEAN OF DEPENDENT VARIABLE =   69.667
LOG OF THE LIKELIHOOD FUNCTION = -15.1683


VARIABLE   ESTIMATED  STANDARD   T-RATIO        PARTIAL STANDARDIZED ELASTICITY
  NAME     COEFFICIENT   ERROR      37 DF   P-VALUE CORR. COEFFICIENT  AT MEANS
X1          2.4875     0.7484E-01   33.24     0.000 0.984     0.1702     0.2592
YE2        0.65016E-02 0.3989E-04   163.0     0.000 0.999     0.8347     0.6228
CONSTANT    8.2276     0.3001       27.42     0.000 0.976     0.0000     0.1181
```

Primero se calculan los valores estimados al cuadrado

Luego se hace la regresión introduciendo esos valores estimados al cuadrado

Ejemplo de CENSA: Calculo manual (2)

Universidade de Vigo

Se calcula el estadístico diferencia de los R^2

```
|_gen1 r2=$r2
 ..NOTE..CURRENT VALUE OF $R2
 |_gen1 df2=$n-$k
 ..NOTE..CURRENT VALUE OF $N    =    40.000
 ..NOTE..CURRENT VALUE OF $K    =    3.0000
 |_gen1 fr=(r2-r20)/((1-r2)/($n-$k))
 ..NOTE..CURRENT VALUE OF $N    =    40.000
 ..NOTE..CURRENT VALUE OF $K    =    3.0000
 |_distrib fr/type=f df1=1 df2=df2
 F DISTRIBUTION- DF1=   1.0000      DF2=   37.000
 MEAN=   1.0571     VARIANCE=   2.4383     MODE=   0.0000
           DATA          PDF          CDF          1-CDF
   FR    26572.      0.12767E-56  1.0000       0.18362E-53
```

Se contrasta con una F con 1 y 37 grados de libertad. Se observa que es significativo

Universidade de Vigo

Calculo para poten-cia de orden 3

```
|_ols y x1 ye2 ye3/noanova

REQUIRED MEMORY IS PAR=       10 CURRENT PAR=    4000
 OLS ESTIMATION
       40 OBSERVATIONS      DEPENDENT VARIABLE= Y
...NOTE..SAMPLE RANGE SET TO:       1,      40

 R-SQUARE =   1.0000     R-SQUARE ADJUSTED =   1.0000
VARIANCE OF THE ESTIMATE-SIGMA**2 =  0.34444E-01
STANDARD ERROR OF THE ESTIMATE-SIGMA =  0.18559
SUM OF SQUARED ERRORS-SSE=   1.2400
MEAN OF DEPENDENT VARIABLE =   69.667
LOG OF THE LIKELIHOOD FUNCTION =  12.7183


VARIABLE   ESTIMATED  STANDARD   T-RATIO        PARTIAL STANDARDIZED ELASTICITY
  NAME     COEFFICIENT   ERROR      36 DF   P-VALUE CORR. COEFFICIENT  AT MEANS
X1          3.3937     0.9461E-01   35.87     0.000 0.986      0.2322     0.3536
YE2        0.52173E-02 0.1246E-03   41.88     0.000 0.990      0.6698     0.4997
YE3        0.65868E-05 0.6304E-06   10.45     0.000 0.867      0.1065     0.0658
CONSTANT    5.6367     0.2906       19.40     0.000 0.955      0.0000     0.0809

|_gen1 r2=$r2
..NOTE..CURRENT VALUE OF $R2   =  0.99998
|_gen1 df2=$n-$k
..NOTE..CURRENT VALUE OF $N    =   40.000
..NOTE..CURRENT VALUE OF $K    =   4.0000
|_gen1 fr=(r2-r20)/(2*(1-r2)/df2)
|_distrib fr/type=f df1=2 df2=df2
F DISTRIBUTION- DF1=   2.0000     DF2=   36.000
MEAN=   1.0588     VARIANCE=   1.2612     MODE=   0.0000

               DATA         PDF         CDF         1-CDF
  FR
 ROW     1     52179.     0.16401E-65  1.0000      0.47561E-62
```

Se observa que ambas potencias son significativas

Calculo para poten-cia de orden 4

```
|_ols y x1 ye2 ye3 ye4/noanova

REQUIRED MEMORY IS PAR=      10 CURRENT PAR=
 OLS ESTIMATION
       40 OBSERVATIONS      DEPENDENT VARIABLE
...NOTE..SAMPLE RANGE SET TO:      1,     40

 R-SQUARE =   1.0000     R-SQUARE ADJUSTED =
VARIANCE OF THE ESTIMATE-SIGMA**2 =  0.35216E
STANDARD ERROR OF THE ESTIMATE-SIGMA =  0.187
SUM OF SQUARED ERRORS-SSE=   1.2326
MEAN OF DEPENDENT VARIABLE =   69.667
LOG OF THE LIKELIHOOD FUNCTION =  12.8382



VARIABLE   ESTIMATED  STANDARD   T-RATIO        PARTIAL STANDARDIZED ELASTICITY
  NAME    COEFFICIENT   ERROR      35 DF    P-VALUE CORR. COEFFICIENT  AT MEANS
X1          3.3363     0.1575      21.18     0.000 0.963     0.2283     0.3476
YE2        0.53768E-02 0.3698E-03  14.54     0.000 0.926     0.6903     0.5150
YE3        0.45775E-05 0.4425E-05  1.034     0.308 0.172     0.0740     0.0457
YE4        0.78996E-08 0.1722E-07 0.4589     0.649 0.077     0.0160     0.0086
CONSTANT    5.7868     0.4397      13.16     0.000 0.912     0.0000     0.0831

|_gen1 r2=$r2
..NOTE..CURRENT VALUE OF $R2  =  0.99998
|_gen1 df2=$n-$k
..NOTE..CURRENT VALUE OF $N   =   40.000
..NOTE..CURRENT VALUE OF $K   =   5.0000
|_gen1 fr=(r2-r20)/(3*(1-r2)/df2)
|_distrib fr/type=f df1=3 df2=df2
F DISTRIBUTION- DF1=   3.0000     DF2=   35.000
MEAN=   1.0606     VARIANCE=  0.87088     MODE=  0.31532

               DATA         PDF         CDF         1-CDF
  FR
 ROW     1     34023.     0.57147E-63  1.0000      0.11114E-59
```

Al introducir el orden 4 deja de ser significativo el orden 3. La relación funcional debe ser de orden 2 aproximadamente, aunque no exacta.

Soluciones a la no linealidad

Transformaciones: Las funciones potencia

Universidade
de Vigo

Soluciones a la no linealidad

Universidade de Vigo

- La forma mas habitual de tratar la no linealidad consiste en buscar transformaciones en las variables que linealicen la relación en los parámetros.
- La forma mas habitual es hacer uso de las transformaciones potencia para relacionar cada variable independiente con la dependiente.

Familia de potencias:

Universidade de Vigo

- Se transforman las variables independientes de forma que la función sea siempre creciente.

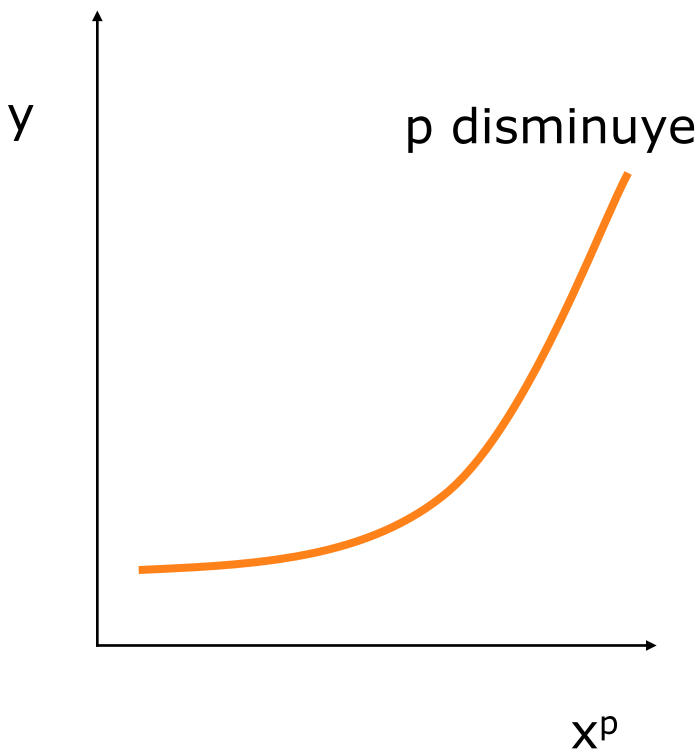
$$z = f(x) = \begin{cases} x^{p} \text{ si } p > 0 \\ \ln x \text{ si } p = 0 \\ -x^{-p} \text{ si } p < 0 \end{cases}$$

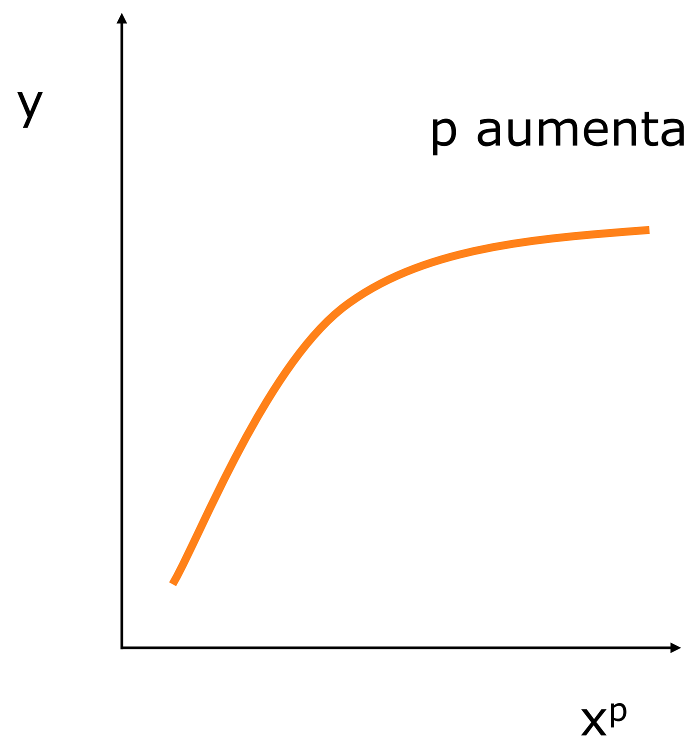
Transformación de funciones potencia

Universidade de Vigo

- Se grafican la variable dependiente respecto a la independiente y se observa la relación:
  - Si es cóncava se busca un valor de p menor que 1.
  - Si es convexa se busca un valor de p mayor que 1.
  - Si es lineal se deja como está.
- A continuación se repite el proceso con la variable transformada.

Funciones potencia





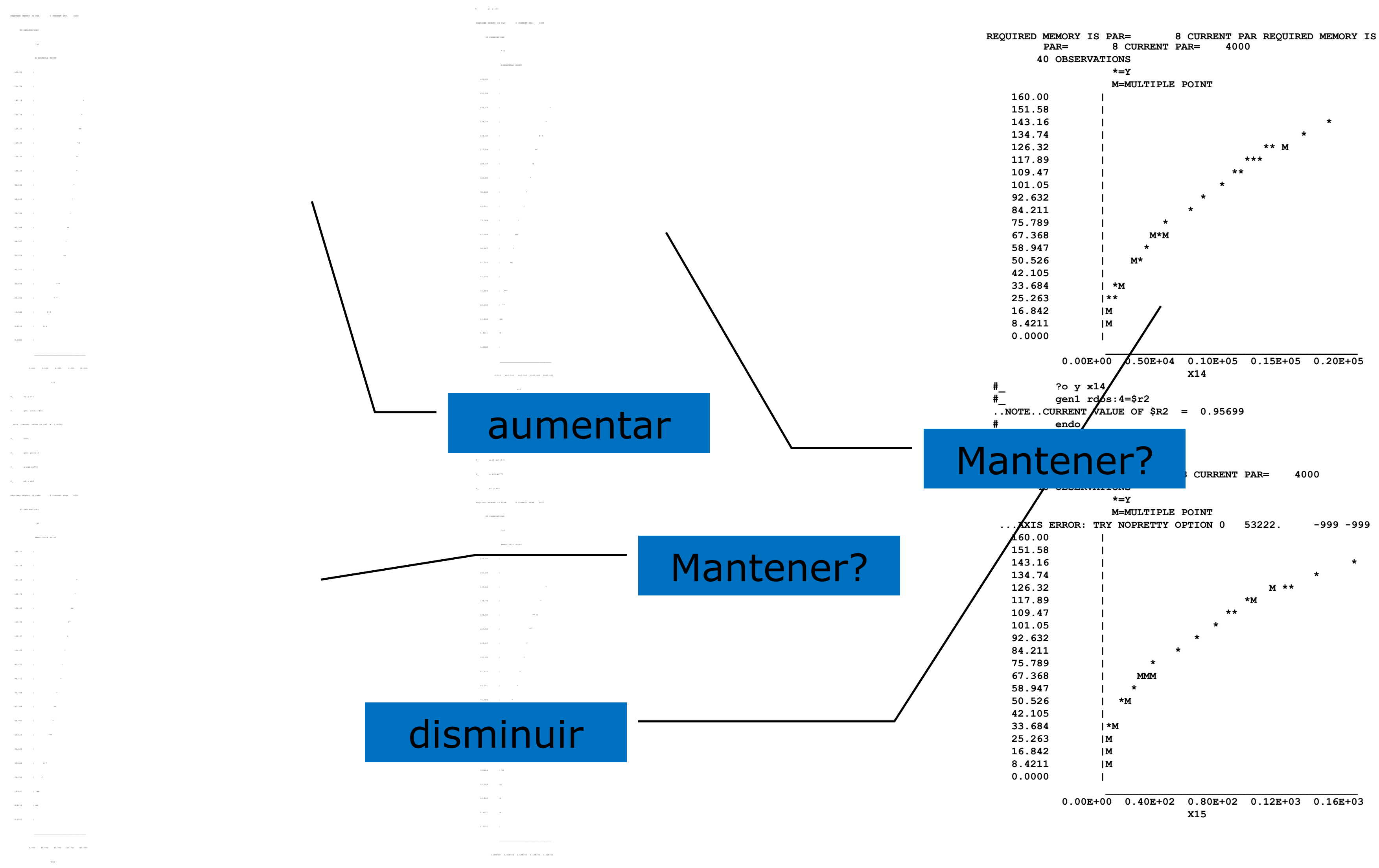
Ejemplo de Censa

- Transformar la variable cantidad, buscando la potencia de tal forma que la relación final entre los costes y la potencia transformada sea lineal

```
*eleccion de la forma funcional
dim rdos 10
dim pot 10
do #=1,10
gen1 pot:#=#
g x1#=x1**#
pl y x1#
?o y x1#
gen1 rdos:#=$r2
endo
```

Representaciones para cada potencia del 1 al 6

Universidade de Vigo



Representaciones para cada potencia del 7 al 10

```
 REQUIRED MEMORY IS PAR=       8 CURRENT PAR=    4000

REQUIRED MEMORY IS PAR=       8 CURRENT PAR=    4000

      40 OBSERVATIONS

               *=Y

               M=MULTIPLE POINT

 ...AXIS ERROR: TRY NOPRETTY OPTION 0  0.72027E+07  -999 -999

   160.00      |

   151.58      |

   143.16      |                          *

   134.74      |                     *

   126.32      |                M  **

   117.89      |             M*

   109.47      |           **

   101.05      |         *

   92.632      |       *

   84.211      |      *

   75.789      |   *

   67.368      | MM

   58.947      | *

   50.526      | M

   42.105      |

   33.684      |M

   25.263      |M

   16.842      |M

   8.4211      |M

   0.0000      |

                ________________________

         0.00E+00  0.40E+02  0.80E+02  0.12E+03  0.16E+03

                            X17

#_       ?o y x17

#_       genl rdos:7=$r2

..NOTE..CURRENT  VALUE OF $R2  =  0.82568

#_       endo

#_       genl pot:8=8

#_       g x18=x1**8

#_       pl y x18

REQUIRED MEMORY IS PAR=       8 CURRENT PAR=    4000

      40 OBSERVATIONS

               *=Y

               M=MULTIPLE POINT

 ...AXIS ERROR: TRY NOPRETTY OPTION 0  0.83782E+08  -999 -999

   160.00      |

   151.58      |

   143.16      |                          *

   134.74      |                     *

   126.32      |                M  **

   117.89      |             M*

   109.47      |           M

   101.05      |         *

   92.632      |       *

   84.211      |      *

   75.789      |   *

   67.368      | MM

   58.947      | *

   50.526      |M

   42.105      |

   33.684      |M

   25.263      |M

   16.842      |M

   8.4211      |M

   0.0000      |

                ________________________

         0.00E+00  0.40E+02  0.80E+02  0.12E+03  0.16E+03

                            X18
```

```
#_       pl y x13

REQUIRED MEMORY IS PAR=       8 CURRENT PAR=    4000

      40 OBSERVATIONS

               *=Y

               M=MULTIPLE POINT

 ...AXIS ERROR: TRY NOPRETTY OPTION 0  0.97455E+09  -999 -999

   160.00      |

   151.58      |

   143.16      |                          *

   134.74      |                     *

   126.32      |              **  **

   117.89      |            ***

   109.47      |         **

   101.05      |       *

   92.632      |      *

   84.211      |    *

   75.789      |  *

   67.368      | M

   58.947      |*

   50.526      |M

   42.105      |

   33.684      |M

   25.263      |M

   16.842      |M

   8.4211      |M

   0.0000      |

                ________________________

         0.00E+00  0.40E+02  0.80E+02  0.12E+03  0.16E+03

                            X19

#_       ?o y x19

#_       genl rdos:9=$r2

..NOTE..CURRENT  VALUE OF $R2  =  0.74600

#_       endo

#_       genl pot:10=10

#_       g x110=x1**10

#_       pl y x110

REQUIRED MEMORY IS PAR=       8 CURRENT PAR=    4000

      40 OBSERVATIONS

               *=Y

               M=MULTIPLE POINT

 ...AXIS ERROR: TRY NOPRETTY OPTION 0  0.11336E+11  -999 -999

   160.00      |

   151.58      |

   143.16      |                          *

   134.74      |                     *

   126.32      |              M   **

   117.89      |          ***

   109.47      |        **

   101.05      |       *

   92.632      |     *

   84.211      |    *

   75.789      | *

   67.368      |MM

   58.947      |*

   50.526      |M

   42.105      |

   33.684      |M

   25.263      |M

   16.842      |M

   8.4211      |M

   0.0000      |

                ________________________

         0.00E+00  0.40E+02  0.80E+02  0.12E+03  0.16E+03
```

Resultados entre 1 y 10

POT	RDOS
1.000000	0.9529192
2.000000	0.9979160
3.000000	0.9907095
4.000000	0.9569939
5.000000	0.9137416
6.000000	0.8689642
7.000000	0.8256802
8.000000	0.7846996
9.000000	0.7460046
10.00000	0.7093432

Los dos mayores: elegimos las potencias entre 2 y 3

Decimal de orden 2 de la potencia

Universidade de Vigo

```
*elegimos entre 2 y 3
do #=1,10
gen1 pot:#=2+#/10
g x1#=x1**(pot:#)
pl y x1#
?o y x1#
gen1 rdos:#=$r2
endo
```

Representaciones para cada potencia del 2,1 al 2,6

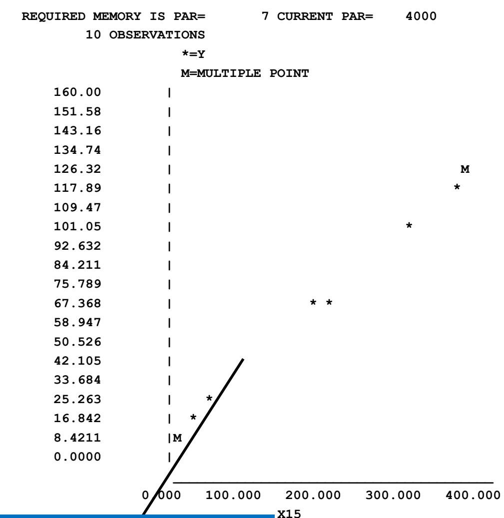
Universidade de Vigo

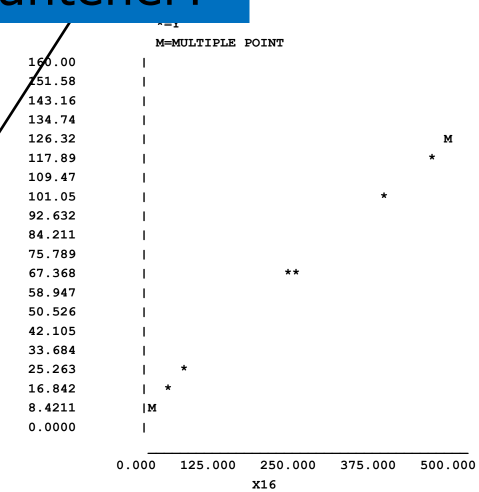
Aumentar?

Mantener?

Mantener?

Disminuir?





Resultados entre 2,1 y 3

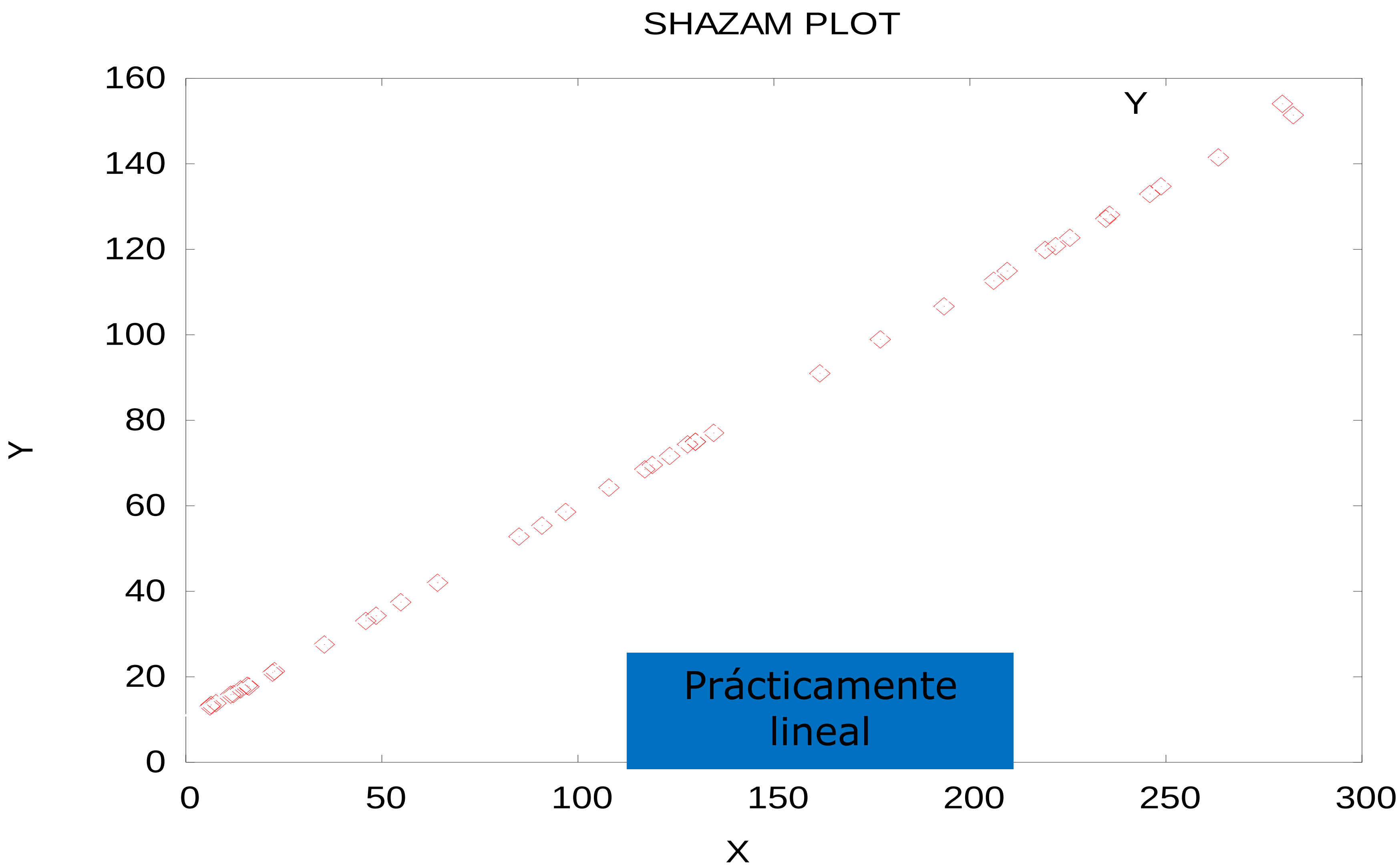
Universidade de Vigo

POT	RDOS
2.100000	0.9994213
2.200000	0.9998662
2.300000	0.9999881
2.400000	0.9998086
2.500000	0.9993487
2.600000	0.9986282
2.700000	0.9976661
2.800000	0.9964804
2.900000	0.9950883
3.000000	0.9935061

Es el mayor: elegimos la potencia 2,3

Grafico de y vs a $x^{2,3}$

Universidade de Vigo



Resultados de la regresión

Universidade de Vigo

```
|_ols y x/resid=e predict=ye noanova
40 OBSERVATIONS     DEPENDENT VARIABLE= Y
 ...NOTE..SAMPLE RANGE SET TO:       1,     40
  R-SQUARE =    1.0000      R-SQUARE ADJUSTED =    1.0000
 VARIANCE OF THE ESTIMATE-SIGMA**2 =  0.34480E-01
 STANDARD ERROR OF THE ESTIMATE-SIGMA =  0.18569
 SUM OF SQUARED ERRORS-SSE=   1.3102
 MEAN OF DEPENDENT VARIABLE =    69.667
 LOG OF THE LIKELIHOOD FUNCTION =  11.6157
 VARIABLE   ESTIMATED  STANDARD   T-RATIO        PARTIAL STANDARDIZED ELASTICITY
   NAME    COEFFICIENT   ERROR      38 DF   P-VALUE CORR. COEFFICIENT  AT MEANS
 X          0.50015     0.3361E-03   1488.      0.000 1.000     1.0000     0.8562
 CONSTANT   10.021      0.4968E-01   201.7      0.000 1.000     0.0000     0.1438
 DURBIN-WATSON = 1.8439    VON NEUMANN RATIO = 1.8912    RHO =  0.05737
 RESIDUAL SUM = -0.54345E-12  RESIDUAL VARIANCE =  0.34480E-01
 SUM OF ABSOLUTE ERRORS=   5.6965
 R-SQUARE BETWEEN OBSERVED AND PREDICTED = 1.0000
 RUNS TEST:   17 RUNS,   19 POS,    0 ZERO,   21 NEG  NORMAL STATISTIC = -1.2687
 COEFFICIENT OF SKEWNESS =  -0.1230 WITH STANDARD DEVIATION OF 0.3738
 COEFFICIENT OF EXCESS KURTOSIS =  -0.1503 WITH STANDARD DEVIATION OF 0.7326
 JARQUE-BERA NORMALITY TEST- CHI-SQUARE(2 DF)=    0.2226 P-VALUE= 0.895
      GOODNESS OF FIT TEST FOR NORMALITY OF RESIDUALS -   6 GROUPS
 OBSERVED   1.0   5.0 15.0 11.0   8.0   0.0
 EXPECTED   0.9   5.4 13.7 13.7   5.4   0.9
 CHI-SQUARE =    2.8131 WITH  2 DEGREES OF FREEDOM, P-VALUE= 0.245
```

Coeficiente prácticamente 1

Resultados del Test

Universidade de Vigo

```
|_diag/reset
REQUIRED MEMORY IS PAR=      12 CURRENT PAR=
DEPENDENT VARIABLE = Y                  40 OBSERVAT
REGRESSION COEFFICIENTS
  0.500148210800       10.0211051278
RAMSEY RESET SPECIFICATION TESTS USING POWERS OF YHAT
  RESET(2)=  0.46537     - F WITH DF1=   1 AND DF2=  37 P-VALUE= 0.499
  RESET(3)=  0.37651     - F WITH DF1=   2 AND DF2=  36 P-VALUE= 0.689
  RESET(4)=  0.35981     - F WITH DF1=   3 AND DF2=  35 P-VALUE= 0.782
DEBENEDICTIS-GILES FRESET SPECIFICATION TESTS USING FRESETL
 FRESET(1)=  0.50410     - F WITH DF1=   2 AND DF2=  36 P-VALUE= 0.608
 FRESET(2)=  0.26252     - F WITH DF1=   4 AND DF2=  34 P-VALUE= 0.900
 FRESET(3)=  0.49854     - F WITH DF1=   6 AND DF2=  32 P-VALUE= 0.805
DEBENEDICTIS-GILES FRESET SPECIFICATION TESTS USING FRESETS
 FRESET(1)=  0.50622     - F WITH DF1=   2 AND DF2=  36 P-VALUE= 0.607
 FRESET(2)=  0.34593     - F WITH DF1=   4 AND DF2=  34 P-VALUE= 0.845
 FRESET(3)=  0.37142     - F WITH DF1=   6 AND DF2=  32 P-VALUE= 0.892
```

Se verifica la linealidad

Solución al ejemplo

Universidade de Vigo

- La función que relaciona costes y producción es:

$$y = C_0 + \beta x^{2,3}$$

- El estimador del coste fijo es 10,021
- El estimador del coste variable no es constante en este caso y viene dado por

$$\text{Coste variable} = 2,3 * 0,5 x^{1,3}$$